

Mesterséges intelligencia - 7. előadás

Bizonytalanság kezelése

Bizonytalan tudás

Bizonytalan tudás lehetséges okai

- "lazaság, lustaság": a részletes kapcsolatok megfogalmazása túl nehéz, a használatuk szintén nehézkes
- **elméleti ismeretek hiánya**: adott problématerület elméleti feltárása még nem zárult le, vagy sose lehet lezárni
- **gyakorlati ismeretek hiánya**: nem minden, a szabályokban hivatkozott feltétel ismert a szabályok alkalmazásakor

Valószínűségi axiómák

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\text{Igaz}) = 1, P(\text{Hamis}) = 0$
- $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$
- $P(\neg A) = 1 - P(A)$
- $P(A) = P(A \wedge B) + P(A \wedge \neg B)$

Valószínűségi állítások

- bináris $\rightarrow P(\text{Lyuk} = \text{Igaz})$
- többértékű $\rightarrow P(\text{Időjárás} = \text{Esős})$
- folytonos $\rightarrow P(\text{Hőmérséklet} < 22^\circ\text{C})$

Pár szabály, átalakítás

- **Feltételes valószínűség** $\rightarrow P(A | B) = P(A \wedge B) / P(B)$
- **Lánc szabály** $\rightarrow$ együttes valószínűség felírható feltételes valószínűségek szorzataként
- **Bayes-tétel**

◦

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)}$$

$$P(A_k | B) = \frac{P(B | A_k)P(A_k)}{\sum_{i=1}^N P(B | A_i)P(A_i)}, \quad \bigcup_{i=1}^N A_i = \Omega, \quad A_i \cap A_k = \emptyset$$

◦ miért fontos?

- sokszor rendelkezünk kauzális (ok-okozati) tudással
- pl1: mi az adott tünet valószínűsége egy adott betegség függvényében
- pl2: mi a valószínűsége a riasztásnak tűz esetén (adott riasztónál pl)

◦ sokszor kell az evidencia (következmény) felől az ok-ra következtetni

- pl1: tünetet látom, lehetett e adott betegség a kiváltó ok
- pl2: riasztás van, lehetett e tűzeset miatt

◦ **okság irány**: könnyebb, betegségről tünetre következtetni

- **diagnosztikai irány:** nehezebb, tünetről betegségre következtetni

Mi a Tünet létrejöttének valószínűsége a Betegség ismeretében? $\downarrow$ Mi a Betegség kialakulásának a valószínűsége? $\downarrow$

$$P(\text{Betegség} | \text{Tünet}) = \frac{P(\text{Tünet} | \text{Betegség})P(\text{Betegség})}{P(\text{Tünet})}$$

Mi a Betegség meglétének valószínűsége a Tünet ismeretében? $\uparrow$ Mi a Tünet létrejöttének a valószínűsége? $\uparrow$

a posteriori valószínűség (poszterior) $\downarrow$ Likelihood $\downarrow$ a priori valószínűség (prior) $\downarrow$

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)}$$

Normalizációs konstans $\uparrow$

- Bayes-tétel műveletek:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)} \leftrightarrow P(A | B \wedge X) = \frac{P(B | A \wedge X)P(A | X)}{P(B | X)}$$

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B | A)P(A)}{\sum_{i=1}^N P(B | A_i)P(A_i)}$$

Valószínűség értelmezése

- **frekventista nézőpont:** a valószínűség objektív, események gyakoriságából számítható
 - **valószínűség (frekventista definíciója):** A esemény valószínűsége az a számérték, amely körül az esemény relatív gyakorisága (f_A) ingadozik, ha egyre több kísérletet végzünk
 - $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_A$
- **bayesi nézőpont:** a valószínűség egy eseménybe vetett hiedelem mértéke
 - **valószínűség (bayesi definíciója):** A esemény valószínűsége az adott esemény bekövetkezési esélye
 - a jelenlegi helyzettől megkülönböztethetetlen esetek mekkora hányadában fog bekövetkezni az adott esemény
 - Priori valószínűségekből indulunk ki, új evidencia érkezésekor azokat frissítjük

Együttes valószínűség-eloszlás

- $P(X_1, \dots, X_n) \rightarrow$ minden egyes elemi eseményhez valószínűséget rendel
- táblázat $\rightarrow$ cellája az adott állapot valószínűsége, pl $P(\text{időjárás, hőmérséklet}) \rightarrow$ bázis táblázat lesz
 - elemi események, mert nem lehet egyszerre felhős-meleg és napos-hideg
 - táblázat elemeinek összege 1
- **marginális elosztások** $\rightarrow$ egy változóra nézett vetület $\rightarrow$ adott értékek tartozó sorban/oszlopban levő értékek összege
- pozitívum: együttes eloszlás birtokában $\rightarrow$ mindenre választ kapunk

- negatívum: nem megy 10-nél több változóra $\rightarrow P(X_1, \dots, X_n)$ esetén $\rightarrow 2^n - 1$ független valószínűségérték
 - egy diagnózishoz $\rightarrow$ exponenciális számú valószínűség kellene :(
 - ha 1 is megváltozik, akkor csomót újra kell számolni! :(

Bayesi frissítés

- egyesével gyűjtjük a tényeket, majd módosítjuk az ismeretlen változóval kapcsolatos korábbi hiedelmi mértéket
- TODO itt hirtelen vége a felvételnek :O